

### ΠΑΛΙΑ ΘΕΜΑΤΑ

\*\*\*\*\*

(I-1) [5 μονάδες] Τι δείχνει το κυκλικό διάγραμμα. Δώστε ένα εικονικό παράδειγμα και σχεδιάστε ένα εικονικό κυκλικό διάγραμμα.

(I-2) [20 μονάδες] Μια μεγάλη επενδυτική εταιρία στην Γουόλ Στρητ θέλει να μελετήσει την κατανομή των ηλικιών των χρηματιστών της. Η εταιρία θεωρεί ότι αυτές οι πληροφορίες μπορούν να είναι χρήσιμες στην ανάπτυξη των σχεδίων για να προσλάβουν νέους χρηματιστές. Οι ηλικίες ενός δείγματος 40 χρηματιστών παρουσιάζονται εδώ. Σχεδιάστε ένα ιστόγραμμα (δίνεται ότι  $\log_{10}(40)=1.6$ ) για τα δεδομένα:

46 28 51 34 29 40 38 33 41 52 53 40 50 33 36 41 25 38 37 41  
36 50 46 33 61 48 32 28 30 49 41 37 26 39 35 39 46 26 31 35

και σχολιάστε την κατανομή.

(II) [25 μονάδες] Υποθέστε ότι υπάρχουν 152 φοιτητές στο μάθημα της Στατιστικής Ι, από τους οποίους 42 δεν έχουν περάσει το μάθημα των Μαθηματικών Ι. Δύο διαφορετικοί φοιτητές επιλέγονται τυχαία.

(II-1) [5 μονάδες] Σχεδιάστε ένα δέντρο πιθανοτήτων και αναφέρεται την πιθανότητα για κάθε «κλαδί».

**Ποια είναι η πιθανότητα στα ακόλουθα ενδεχόμενα;**

(II-2) [5 μονάδες] Και οι δύο φοιτητές έχουν περάσει το μάθημα των Μαθηματικών Ι.

(II-3) [5 μονάδες] Και οι δύο φοιτητές δεν έχουν περάσει το μάθημα των Μαθηματικών Ι.

(II-4) [5 μονάδες] Ο ένας φοιτητής έχει περάσει το μάθημα των Μαθηματικών Ι και ο άλλος δεν το έχει περάσει.

(II-5) [5 μονάδες] Τουλάχιστον ένας φοιτητής έχει περάσει το μάθημα των Μαθηματικών Ι.

(III-1) [5 μονάδες] Αν X και Y είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με  $\text{Var}(X)=2$  και  $\text{Var}(Y)=3$  υπολογίστε την διακύμανση,  
 $\text{Var}(2X-Y)=$

(III-2) [5 μονάδες] Αν το 10% των φορολογικών δηλώσεων δεν έχουν συμπληρωθεί σωστά, ποια η πιθανότητα ότι ένας επιθεωρητής του Υπουργείου Οικονομικών που θα επιλέξει τυχαία πέντε φορολογικές δηλώσεις θα βρει τουλάχιστον τρεις που δεν έχουν συμπληρωθεί σωστά. Υπόδειξη: χρησιμοποιείστε γνωστή κατανομή.

(III-3-5) [15 μονάδες] Ο αριθμός αυτοκινήτων που καταφθάνει σε ένα πλυντήριο αυτοκινήτων ακολουθεί κατανομή Poisson με μέσο πέντε αυτοκίνητα την ώρα. Υπολογίστε τις ακόλουθες πιθανότητες:

(III-3) [5 μονάδες] Ποια η πιθανότητα να καταφθάσουν επτά αυτοκίνητα την επόμενη ώρα;

(III-4) [5 μονάδες] Ποια η πιθανότητα να καταφθάσουν λιγότερο από δέκα αυτοκίνητα την επόμενη ώρα.

(III-5) [5 μονάδες] Ποια η πιθανότητα να καταφθάσουν τουλάχιστον οκτώ αυτοκίνητα την επόμενη ώρα;

(IV-1) [5 μονάδες] Αν  $X \sim N(1,2)$  υπολογίστε  $P(X > 3)$

(IV-2) [5 μονάδες] Αν  $X \sim N(0,1)$  και  $P(X > z_{0.1}) = 0.1$  υπολογίστε  $z_{0.1} =$

(IV-3) [5 μονάδες] Αν  $P(t > t_{0.1,8}) = 0.1$  υπολογίστε  $t_{0.1,8} =$

(IV-4) [5 μονάδες] Αν  $P(X^2 > \chi_{0.01,20}^2) = 0.01$  υπολογίστε  $\chi_{0.01,20}^2$

(IV-5) [5 μονάδες] Αν  $P(F > F_{0.05,8,14}) = 0.05$  υπολογίστε  $F_{0.05,8,14}$

\*\*\*\*\*

1) [5 μονάδες] Ορίστε τα διαστημικά, ονομαστικά, και διατακτικά δεδομένα. Δώστε παραδείγματα.

2) [5 μονάδες] Τι είναι το διάγραμμα διασποράς; Τι δείχνει; Εξηγήστε πως μπορεί να μας φανεί χρήσιμο; Δώστε παραδείγματα με γραφήματα.

3) [10 μονάδες] Θεωρήστε τα δεδομένα: 1 1 4 7 8 10 12 14 22 33

.Ποια είναι η θέση της διαμέσου του  $25^0$  ποσοστημορίου;

4) [20 μονάδες] Θεωρήστε τον ακόλουθο πίνακα κοινών πιθανοτήτων:

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
|       | $A_1$ | $A_2$ |
| $B_1$ | 0.4   | 0.3   |
| $B_2$ | 0.2   | 0.1   |

α) [5 μονάδες] Υπολογίστε τις περιθώριες πιθανότητες.

β) [5 μονάδες] Υπολογίστε  $P(A_1 / B_1)$

γ) [5 μονάδες] Υπολογίστε  $P(B_2 / A_1)$

δ) [5 μονάδες] Υπολογίστε  $P(A_1 \text{ ή } B_2)$

5) [30 μονάδες] Ο Πέτρος ένας (όχι καλός) φοιτητής ο οποίος παίρνει το μάθημα της στατιστικής. Η στρατηγική του Πέτρου για τις εξετάσεις βασίζεται καθαρά στην τύχη. Το τεστ αποτελείται από πολλαπλών επιλογών (multiple-choice) ερωτήσεις. Κάθε ερώτηση έχει 4 πιθανές απαντήσεις από τις οποίες μόνο μία είναι σωστή. Ο Πέτρος σκοπεύει να μαντέψει την απάντηση σε κάθε ερώτηση.

α) [10 μονάδες] Είναι αυτό ένα δυωνυμικό πείραμα? Εξηγήστε αναλυτικά.

β) [10 μονάδες] Αν το τεστ έχει 6 ερωτήσεις, ποια είναι η πιθανότητα ότι ο Πέτρος να απαντήσει μόνο μία ερώτηση σωστά;

γ) [10 μονάδες] Αν το τεστ έχει 6 ερωτήσεις, ποια είναι η πιθανότητα ότι ο Πέτρος να απαντήσει περισσότερες από τρεις ( $\# \text{σ.ε.} \geq 3$ ) ερωτήσεις σωστά;

6) [30 μονάδες] Έστω  $X$  είναι η χοληστερίνη (σε mg/dl) αίμα άνδρα ηλικίας 50-60 χρόνων. Αν  $X \sim N(205, 148)$ , να υπολογιστούν,

α) [10 μονάδες] Ποιο ποσοστό ανδρών αυτής της ηλικίας περιμένουμε να έχει χοληστερίνη μεγαλύτερη από 225 mg/dl;

β) [10 μονάδες] Ποιο ποσοστό περιμένουμε να έχει χοληστερίνη μικρότερη από 200;

γ) [10 μονάδες] Αν κάποιος γνωστός σας αυτής της ομάδας ηλικίας έχει χοληστερίνη ίση με 238, να προσδιορίσετε το ποσοστό των ατόμων αυτής της ηλικίας που έχουν χοληστερίνη μικρότερη από 238 και μεγαλύτερη από 215.

\*\*\*\*\*

1 & 2). Εκφώνηση: Το βάρος (σε κιλά) 76 ατόμων έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

|                    |                |                         |
|--------------------|----------------|-------------------------|
| ελάχιστη τιμή = 65 | μέση τιμή = 80 | διακύμανση = 121        |
| μέγιστη τιμή = 105 | διάμεσος = 85  | πρώτο τεταρτημόριο = 72 |
| εύρος = 40         | κορυφή = 87    | τρίτο τεταρτημόριο = 92 |

1. Ο συντελεστής σχετικής μεταβλητότητας είναι περίπου (εξηγήστε)

(α) 0.01375

(β) 0.1375

(γ) 0.7273

(δ) 7.273

(ε) κανένα από τα παραπάνω

2. Ποια (ή ποιες) από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή; (εξηγήστε)

(α) Τα δεδομένα έχουν αριστερή λοξότητα

(β) Δεν υπάρχουν τιμές στα δεδομένα που μπορούν να θεωρηθούν ακραίες

(γ) Δεν υπάρχουν τιμές στα δεδομένα που μπορούν να θεωρηθούν ύποπτες για ακρότητα

(δ) Όλα τα παραπάνω (α, β και γ) είναι σωστά

(ε) καμία από τα παραπάνω

\*\*\*\*\*

3. Για ένα σύνολο δεδομένων γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή είναι 30, η διάμεσος 36, και η διακύμανση 81. Αν διαιρέσουμε όλες τις τιμές των δεδομένων με το 3, τότε (εξηγήστε)

(α) Ο μέση τιμή θα γίνει 10, η διάμεσος 12, και η διακύμανση 27

(β) Ο μέση τιμή θα γίνει 10, η διάμεσος 12, και η διακύμανση 9

(γ) Ο μέση τιμή θα γίνει 10, η διάμεσος θα παραμείνει 36, και η διακύμανση θα γίνει 9

(δ) Ο μέση τιμή θα γίνει 10, η διάμεσος θα γίνει 12, και η διακύμανση θα παραμείνει 81

(ε) κανένα από τα παραπάνω

4. Ποιο από τα παρακάτω δεν είναι μέτρο θέσης;

(α) το ενδοτεταρτημοριακό εύρος

(β) η διάμεσος

(γ) η κορυφή

(δ) η μέση τιμή

(ε) όλα τα παραπάνω είναι μέτρα θέσης

5. Ποιο από τα παρακάτω περιγραφικά μέτρα είναι λιγότερο ευαίσθητο στην παρουσία ακραίων (απομονωμένων) τιμών;

(α) το ενδοτεταρτημοριακό εύρος

- (β) η μέση τιμή
- (γ) το εύρος
- (δ) η διακύμανση
- (ε) η μέγιστη τιμή

6. Ποια από τις παρακάτω δηλώσεις για μια συνεχή κατανομή πιθανότητας είναι σωστή;

- (α) σε μια κατανομή με δεξιά λοξότητα η διακύμανση έχει την ίδια αριθμητική τιμή με την μέση τιμή
- (β) Η μέση τιμή, η διακύμανση και η κορυφή (ή επικρατούσα τιμή) έχουν την ίδια αριθμητική τιμή όταν η κατανομή είναι συμμετρική
- (γ) Η μέση τιμή, η διάμεσος και η κορυφή έχουν την ίδια αριθμητική τιμή όταν η κατανομή είναι συμμετρική
- (δ) Όλες οι παραπάνω απαντήσεις (α, β, και γ) είναι λάθος.
- (ε) Όλες οι παραπάνω απαντήσεις (α, β, και γ) είναι σωστές.

7. Ένα τυχαίο πείραμα αποτελείται από τρία βήματα. Το πρώτο βήμα έχει τέσσερα δυνατά αποτελέσματα, το δεύτερο βήμα έχει τρία δυνατά αποτελέσματα και το τρίτο βήμα έχει δύο δυνατά αποτελέσματα. Το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων του πειράματος είναι; (εξηγήστε).

- (α) 36
- (β) 24
- (γ) 14
- (δ) 9
- (ε) κανένα από τα παραπάνω

8. Ποια(ες) από τις παρακάτω συνθήκες δεν είναι απαραίτητη(ες) να ισχύει(ουν) για μια διακριτή συνάρτηση πιθανότητας (η  $x$  παίρνει οι διακριτές τιμές και η  $p(x)$  είναι η συνάρτηση πιθανότητά);

- (α)  $\sum p(x) \geq 0$
- (β)  $\sum p(x) = 1$
- (γ)  $p(x) \geq 0$  για καθεμιά από τις τιμές  $x$
- (δ) Όλες οι παραπάνω συνθήκες είναι απαραίτητες
- (ε) η (β) και η (γ)

9. Αν  $P(A)=0.8$ ,  $P(B)=0.1$  και  $P(A \cap B)=0$ , τότε τα ενδεχόμενα  $A$  και  $B$

- (α) δεν είναι αμοιβαία αποκλειόμενα
- (β) είναι αμοιβαία αποκλειόμενα
- (γ) είναι ανεξάρτητα
- (δ) δεν είναι ανεξάρτητα
- (ε) είναι αμοιβαία αποκλειόμενα και ανεξάρτητα

10. Αν  $P(A)=0.25$ ,  $P(B)=0.75$  και  $P(A \cup B)=0.65$ , τότε η πιθανότητα  $P(A|B)$  είναι περίπου; (εξηγήστε).

- (α) 0
- (β) 0.22
- (γ) 0.25
- (δ) 0.47
- (ε) κανένα από τα παραπάνω

11. Ποια είναι η μέση τιμή της παρακάτω κατανομής πιθανότητας; (εξηγήστε).

|      |     |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|-----|
| x    | 10  | 20  | 30  | 40  |
| P(x) | 0.2 | 0.4 | 0.3 | 0.1 |

- (α) 100
- (β) 30
- (γ) 24
- (δ) 23
- (ε) κανένα από τα παραπάνω

12. Ποια από τις παρακάτω δηλώσεις είναι σωστή;

- (α) Η πιθανότητα μια διακριτή ή συνεχής τυχαία μεταβλητή να λάβει μια συγκεκριμένη τιμή είναι ίση με ένα
- (β) Η πιθανότητα μια συνεχής τυχαία μεταβλητή να λάβει μια συγκεκριμένη τιμή είναι ίση με μηδέν
- (γ) Η πιθανότητα μια διακριτή τυχαία μεταβλητή να λάβει μια συγκεκριμένη τιμή είναι ίση με μηδέν
- (δ) Όλες οι παραπάνω απαντήσεις (α, β, και γ) είναι λάθος.
- (ε) η (α) και η (γ)

13. Τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την κατανομή πιθανότητας (x είναι οι τιμές και p(x) η πιθανότητά τους):

|       |     |     |
|-------|-----|-----|
| x:    | 0   | 1   |
| p(x): | 0.4 | 0.6 |

- (α) Η μέση τιμή της X είναι 0.4 και η διακύμανσή της 0.3
- (β) Η μέση τιμή της X είναι 0.6 και η διακύμανσή της 1.2
- (γ) Η μέση τιμή της X είναι 0.6 και η διακύμανσή της 0.24
- (δ) Η μέση τιμή της X είναι 0.4 και η διακύμανσή της 0.24
- (ε) κανένα από τα παραπάνω

14. Το 20% του πληθυσμού έχει κλιματιστικό στο σπίτι που διαμένει. Η πιθανότητα σε ένα τυχαίο δείγμα 15 ατόμων τα 3 να έχουν κλιματιστικό στο σπίτι είναι (περίπου): (εξηγήστε).

- (α) 0.7499
- (β) 0.2309
- (γ) 0.2501
- (δ) 0.0025
- (ε) κανένα από τα παραπάνω

15. Το ποσό X που ξοδεύουν εβδομαδιαία τα νοικοκυριά για αγορές τροφίμων ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 77 ευρώ και τυπική απόκλιση 17 ευρώ. Η πιθανότητα ένα τυχαίο νοικοκυριό να ξοδέψει λιγότερο από 48 ευρώ εβδομαδιαία για αγορές τροφίμων είναι (περίπου): (εξηγήστε).

- (α) 0.1265
- (β) 0.0436
- (γ) 0.0085
- (δ) 0.0051
- (ε) κανένα από τα παραπάνω

16. Το ποσό  $X$  που ξοδεύουν εβδομαδιαία τα νοικοκυριά για αγορές τροφίμων ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 77 ευρώ και τυπική απόκλιση 17 ευρώ. Η πιθανότητα ένα τυχαίο νοικοκυριό να ξοδέψει περισσότερο από 72 ευρώ εβδομαδιαία για αγορές τροφίμων είναι (περίπου): (εξηγήστε).

- (α) 0.8734
- (β) 0.7543
- (γ) 0.6141
- (δ) 0.4489
- (ε) κανένα από τα παραπάνω

17. Το ποσό  $X$  που ξοδεύουν εβδομαδιαία τα νοικοκυριά για αγορές τροφίμων ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 77 ευρώ και τυπική απόκλιση 17 ευρώ. Η τιμή  $x^*$  της  $X$  για την οποία ισχύει  $P(X < x^*) = 0.80$  είναι (περίπου): (εξηγήστε).

- (α) 62.70
- (β) 79.00
- (γ) 91.30
- (δ) 110.48
- (ε) κανένα από τα παραπάνω

18. Ποια από τις παρακάτω δηλώσεις για την κανονική κατανομή δεν είναι σωστή;

- (α) Η μέση τιμή, η διάμεσος και η κορυφή της κατανομής ταυτίζονται
- (β) Η τυπική απόκλιση της κατανομής είναι ίση με 1
- (γ) Η μέση τιμή της κατανομής μπορεί να έχει θετική, αρνητική ή μηδενική τιμή
- (δ) Η κατανομή είναι συμμετρική
- (ε) η (α) και η (β)

19. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή; Αν η μέση τιμή μιας κανονικής κατανομής έχει αρνητική τιμή

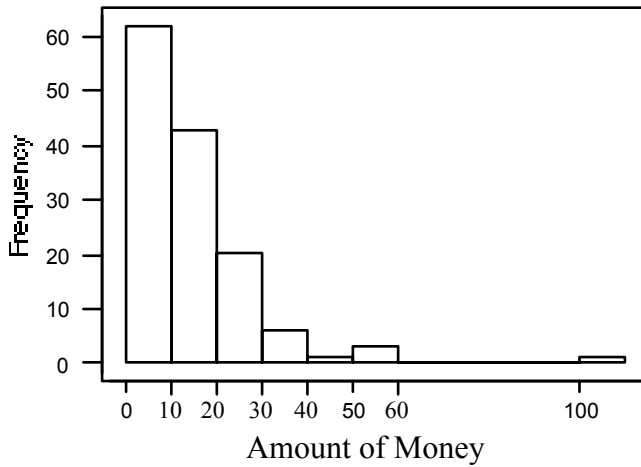
- (α) Η διακύμανση θα έχει και αυτή αρνητική τιμή
- (β) Η τυπική απόκλιση θα έχει και αυτή αρνητική τιμή
- (γ) Υπάρχει λάθος στους υπολογισμούς διότι ο μέσος μιας κανονικής κατανομής δε μπορεί να έχει αρνητική τιμή
- (δ) Όλες οι παραπάνω απαντήσεις (α, β, και γ) είναι λάθος.
- (ε) Οι απαντήσεις (α, β, και γ) είναι σωστές.

20. Ποιο από τα παρακάτω δεν ισχύει για την κανονική κατανομή πιθανότητας; (εξηγήστε).

- (α) Ο μέσος, η διάμεσος και η κορυφή της κατανομής ταυτίζονται
- (β) Η κατανομή είναι συμμετρική
- (γ) Στο 95% των περιπτώσεων μια κανονικά κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή παίρνει τιμή σε διάστημα  $\pm 1$  τυπικής απόκλισης γύρω από την μέση τιμή
- (δ) Το εμβαδόν κάτω από την κανονική καμπύλη είναι ίσο με 1
- (ε) η (α), (β) και η (δ)

\*\*\*\*\*

- 1) Σε ένα μάθημα στατιστικής με 136 φοιτητές, ο καθηγητής αναγράφει ποσά χρήματα (amount of money) έχει κάθε φοιτητής μαζί του στο πρώτο μάθημα του εξαμήνου. Οι συχνότητες (frequencies) των δεδομένων παρουσιάζονται στο παρακάτω ιστόγραμμα:



Από το ιστόγραμμα προκύπτει ότι:

- α) Είναι αδύνατη η σύγκριση μεταξύ της μέσης τιμής και της διαμέσου για αυτά τα δεδομένα.
- β) Η μέση τιμή και η διάμεσος είναι περίπου ίσες.
- γ) Η μέση τιμή είναι σαφώς μεγαλύτερη από την διάμεσος.
- δ) Η μέση τιμή είναι σαφώς μικρότερη από την διάμεσος.
- ε) Κανένα από τα παραπάνω.

2-3) Μία τάξη φυσικής περιέχει 10 φοιτητές, ο υψηλότερος δυνατός βαθμός για το εξάμηνο ήταν 200. Οι βαθμοί των 10 φοιτητών δύνονται με την ακόλουθη απεικόνιση στελεχών και φύλλων.

|    |       |
|----|-------|
| 11 | 6 8   |
| 12 | 1 4 8 |
| 13 | 3 7   |
| 14 | 2 6   |
| 15 |       |
| 16 |       |
| 17 | 9     |

2. Η απεικόνιση στελεχών και φύλλων είναι παραπλήσια.
- α) με ένα κυκλικό διάγραμμα
  - β) Με ένα θηκόγραμμα.
  - γ) Με ένα ιστόγραμμα με διαστήματα  $110 \leq \text{βαθμός} < 120$ ,  $120 \leq \text{βαθμός} < 130$ , κλπ.
  - δ) Με ένα χρονοδιάγραμμα των δεδομένων με ταξινομημένες τις παρατηρήσεις
  - ε) Κανένα από τα παραπάνω.

3. Σε ποιο από τα ακόλουθα σύνολα δεδομένων αντιστοιχεί η παραπάνω απεικόνιση στελεχών και φύλλων;
- α) 1, 2, 3, 4, 6, 6, 7, 8, 8, 9.
  - β) 16, 18, 21, 24, 28, 33, 37, 42, 46, 79.
  - γ) 116, 118, 121, 124, 128, 133, 137, 142, 146, 179.
  - δ) Όλοι οι ακέραιοι μεταξύ 116 και 179 αλλά απεικονίζονται μόνο οι αριθμοί με συχνότητες άνω του 5% του συνολικού αριθμού των παρατηρήσεων.
  - ε) Κανένα από τα παραπάνω.
- 4) Ο χρόνος συμπλήρωσης ενός τυποποιημένου τεστ ακολουθεί προσεγγιστικά κανονική κατανομή με μέση 70 λεπτά και τυπική απόκλιση 10 λεπτά. Χρησιμοποιώντας τον εμπειρικό κανόνα 68-95-99.7, υπολογίστε το ποσοστό των φοιτητών που θα ολοκληρώσει το τεστ σε λιγότερο από μία ώρα;
- α) 16%
  - β) 68%
  - γ) 5%
  - δ) 32%
  - ε) Κανένα από τα παραπάνω.

### **ΕΞΗΓΗΣΤΕ**

- 5) Ποιο από τα παρακάτω σύνολα τεσσάρων αριθμών έχει την μεγαλύτερη τυπική απόκλιση; (απαντήστε χωρίς να υπολογίσετε τις τυπικές αποκλίσεις)
- α) 0, 1, 2, 3
  - β) 0, 0, 10, 10
  - γ) 7, 8, 9, 10
  - δ) 5, 5, 5, 5
  - ε) 100, 100, 100, 100
- 6) Οι τιμές των ενοικίων ενός δείγματος τεσσάρων διαθέσιμων διαμερισμάτων κοντά στο πανεπιστήμιο είναι:

470    600    580    550

Η τυπική απόκλιση του δείγματος είναι:

- α) €49.50
- β) €57.15
- γ) €30.31
- δ) €35.00
- ε) Κανένα από τα παραπάνω.

### **ΕΞΗΓΗΣΤΕ**



- 7) Το Ινστιτούτο Ασφαλειών για προφύλαξη στις εθνικές οδούς ανακοινώνει δεδομένα από συνολικές καταστροφές δοκιμασμένες από συμπαγή αυτοκίνητα σε μία σειρά ελεγμένων συγκρούσεων με χαμηλές ταχύτητες. Ένα δείγμα δεδομένων σε ευρώ, χωρίς να αναφέρονται τα ονόματα των εταιριών, είναι

1000    600    800    1000

Το ενδοτεταρτημοριακό εύρος των παραπάνω δεδομένων είναι

- α) 400.
- β) 300.
- γ) 200.
- δ) 250.
- ε) Κανένα από τα παραπάνω.

**ΕΞΗΓΗΣΤΕ**

- 8) Υπολογίστε την  $E(X)$  όπου  $X=-2X_1+X_2$ , δοθέντος ότι  $E(X_1)=1$  και  $E(X_2)=-1$ ,

- α) -3
- β) -1
- γ) 1
- δ) 3
- ε) Κανένα από τα παραπάνω.

**ΕΞΗΓΗΣΤΕ**

- 9) Υπολογίστε την  $Var(X)$  όπου  $X=-2X_1-1$ , δοθέντος ότι  $Var(X_1)=2$

- α) -5
- β) -4
- γ) -3
- δ) 8
- ε) Κανένα από τα παραπάνω.

**ΕΞΗΓΗΣΤΕ**

- 10-11) Ποια είναι η πιθανότητα να απαντήσετε σωστά τουλάχιστον τρεις από τις πέντε τυχαία σε ένα τεστ πολλαπλών ερωτήσεων με πέντε επιλογές (όπως σε αυτό το τεστ).

- α) 0.056
- β) 0.051
- γ)  $(1/5) \times (1/5) \times (1/5)$
- δ)  $1/5+1/5+1/5$
- ε) Κανένα από τα παραπάνω.

- 12-13) Μεταξύ των ωρών 2:00 και 4:00 μ.μ. ο μέσος αριθμός των τηλεφωνημάτων ανά λεπτό που διεκπεραιώνονται από το κέντρο μεταγωγής μιας εταιρίας είναι 3. Να προσδιορίσετε την πιθανότητα να υπάρξουν κατά την διάρκεια ενός λεπτού ακριβώς τέσσερα τηλεφωνήματα, αφού πρώτα αναγνωρίσετε την κατανομή του αριθμού των τηλεφωνημάτων ανά λεπτό.

- α) 0.1680
- β) 0.2240
- γ) 0.1008
- δ) 0.0902
- ε) Κανένα από τα παραπάνω.

**ΕΞΗΓΗΣΤΕ**

- 14) Μία δεσμίδα τεσσάρων καρτών περιέχει δύο κόκκινες και δύο μαύρες κάρτες. Επιλέγουμε δύο κάρτες, πρώτα την μία κάρτα και μετά την άλλη χωρίς να επανατοποθετήσουμε την πρώτη κάρτα στην δεσμίδα. Θεωρήστε τα ενδεχόμενα

A = η πρώτη κάρτα να είναι κόκκινη

B = η δεύτερη κάρτα να είναι κόκκινη

Τα ενδεχόμενα A και B είναι

- α) συμπληρωματικά
  - β) ανεξάρτητα
  - γ) αλληλοαποκλειόμενα ή αμοιβαία αποκλειόμενα ενδεχόμενα
  - δ) κανένα από τα παραπάνω
  - ε) μη αμοιβαία αποκλειόμενα ενδεχόμενα
- 15-16) Προσδιορίστε την πιθανότητα να κερδίσουμε το Λόττο εάν πρέπει να διαλέξουμε έξι διαφορετικούς αριθμούς από τους αριθμούς 1,2,...,49 με οποιαδήποτε σειρά.
- α)  $1 / (49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44)$
  - β)  $1/49^6$
  - γ)  $\frac{(49-6)!}{49!}$
  - δ)  $\frac{6!(49-6)!}{49!}$
  - ε) κανένα από τα παραπάνω

#### **ΕΞΗΓΗΣΤΕ**

- 17) Χρησιμοποιώντας τον πίνακα της τυπικής κανονικής κατανομής, υπολογίστε το εμβαδόν κάτω από την κανονική συνάρτηση που αντιστοιχεί για  $Z > -1.22$ ?
- α) 0.8888
  - β) 0.8849
  - γ) 0.1151
  - δ) 0.1112
  - ε) κανένα από τα παραπάνω

#### **ΕΞΗΓΗΣΤΕ**

- 18-20) Το βάρος ενός τυχαίου επιλεγμένου κουτιού αναψυκτικού ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση 8.3 γρ. και τυπική απόκλιση 0.2 γρ. Κάτω από ποιο βάρος ζυγίζουν μόνο 2% των κουτιών με βάρος κάτω του κανονικού;
- α) 8.71 γρ.
  - β) 8.26 γρ.
  - γ) 8.28 γρ.
  - δ) 7.89 γρ.
  - ε) κανένα από τα παραπάνω

1) [15 μονάδες] Έστω  $X$  είναι η χοληστερίνη (σε mg/dl) αίμα άνδρα ηλικίας 50-60 χρόνων. Αν  $X \sim N(215, 148)$ , να υπολογιστούν,

α) [5 μονάδες] Ποιο ποσοστό ανδρών αυτής της ηλικίας περιμένουμε να έχει χοληστερίνη μεγαλύτερη από 235 mg/dl;

β) [5 μονάδες] Ποιο ποσοστό περιμένουμε να έχει χοληστερίνη μικρότερη από 200;

γ) [5 μονάδες] Αν κάποιος γνωστός σας αυτής της ομάδας ηλικίας έχει χοληστερίνη ίση με 238, να προσδιορίσετε το ποσοστό των ατόμων αυτής της ηλικίας που έχουν χοληστερίνη μικρότερη από 238 και μεγαλύτερη από 215.

2) [15 μονάδες] Το IQ (Intelligence Quotient) ενός ενήλικα μετρημένο σύμφωνα με ορισμένο τεστ ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 100 και διακύμανση 49. Θέλετε να πιστεύετε ότι ανήκετε στο 10% των εξυπνότερων ατόμων. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή την οποία θα πρέπει να φτάσετε στην κλίμακα του IQ;

3) [15 μονάδες] Χρησιμοποιώντας το παρακάτω θεώρημα υπολογίστε για τους γραμμικούς συνδυασμούς

$$X = 2X_1 - 3X_2, \text{ και } Y = -Y_1 + Y_2 \text{ με}$$

$$E(X_1) = 1, \quad E(X_2) = -1, \quad E(Y_1) = -2, \quad E(Y_2) = 0,$$

$$\text{Var}(X_1) = 1, \quad \text{Var}(X_2) = 4, \quad \text{Var}(Y_1) = 9, \quad \text{Var}(Y_2) = 1,$$

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = 0,5, \quad \text{Cov}(Y_1, Y_2) = 2,$$

$$\text{Cov}(X_1, Y_1) = 1, \quad \text{Cov}(X_2, Y_2) = 0,5,$$

$$\text{Cov}(X_1, Y_2) = 0, \quad \text{Cov}(X_2, Y_1) = 0,$$

τις παρακάτω στατιστικές ποσότητες

α) [2 μονάδες]  $E(X) =$

β) [2 μονάδες]  $E(Y) =$

γ) [3 μονάδες]  $\text{Var}(X) =$

δ) [3 μονάδες]  $\text{Var}(Y) =$

ε) [5 μονάδες]  $\text{Cov}(X, Y) =$

Θεώρημα

\*\*\*\*\*

Αν  $U = a_1U_1 + a_2U_2 + \dots + a_nU_n$  και  $V = b_1V_1 + b_2V_2 + \dots + b_mV_m$  είναι γραμμικοί συνδυασμοί τυχαίων μεταβλητών  $U_i$  και  $V_j$  με σταθερούς συντελεστές  $a_i$  και  $b_j$ .

Ισχύουν τα εξής:

α)  $E(U) = a_1 E(U_1) + a_2 E(U_2) + \dots + a_n E(U_n)$

β)  $\text{Var}(U) = \sum_{i=1}^n a_i^2 \text{Var}(U_i) + 2 \sum_{i < j} a_i a_j \text{Cov}(U_i, U_j)$  , όταν οι μεταβλητές  $U_k$  είναι ανεξάρτητες ο δεύτερος όρος είναι 0 αφού όλες οι συνδιακυμάνσεις είναι 0.

γ)  $\text{Cov}(U, V) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j \text{Cov}(U_i, V_j)$

.....

4) [5 μονάδες] Υπολογίστε την τυπική απόκλιση,  $s$ , των ακόλουθων τριών μετρήσεων: -1, 0, 2.

5) [15 μονάδες] Οι δώδεκα βαθμολογίες από ένα άθλημα γυναικών είναι οι εξής: 89, 90, 87, 95, 86, 81, 102, 105, 83, 88, 91, 79. Σχεδιάστε ένα θηκόγραμμα.

6) [10 μονάδες] Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται το σχετικό μερίδιο της αγοράς και το ποσοστό των ελαττωματικών συσκευών που πουλούν πέντε μάρκες ηλεκτρικού πλυντηρίου ρούχων. Υπολογίστε την πιθανότητα σε ένα σπίτι που διαλέξαμε τυχαία από ένα μεγάλο αριθμό σπιτιών που έχουν πλυντήριο, να βρούμε μια συσκευή ελαττωματική. Γράψτε τον τύπο που χρησιμοποιήσατε.

| Ποσοστό αγοράς | Ποσοστό ελαττωματικών |
|----------------|-----------------------|
| 0,62           | 0,15                  |
| 0,16           | 0,11                  |
| 0,15           | 0,07                  |
| 0,05           | 0,04                  |
| 0,02           | 0,01                  |

7) [20 μονάδες] Υποθέστε ότι η συνάρτηση πιθανότητας για τον αριθμό των λαθών  $X$  σε μια σελίδα ενός οικονομικού περιεχομένου είναι:  $P(0)=0,83$  για 0 λάθη,  $P(1)=0,15$  για 1 λάθος, και  $P(2)=0,02$  για 2 λάθη. Υπολογίστε την διακύμανση της  $X$  τυχαίας μεταβλητής.

8) [10 μονάδες] Πόσοι πενταψήφιοι αριθμοί με διαφορετικά ψηφία γίνονται από τα ψηφία: 2, 3, 5, 8, 9.

9) [10 μονάδες] Μία βιομηχανική εταιρία ενδιαφέρεται να επεκταθεί και θέλει να χτίσει 3 νέες εγκαταστάσεις σε 7 πιθανές περιοχές μιας χώρας. Όλες αυτές οι περιοχές έχουν βρεθεί και έχει υπολογιστεί το αντίστοιχο οικονομικό και κοινωνικό κόστος. Πόσοι συνδυασμοί είναι πιθανοί για τρεις νέες εγκαταστάσεις στις 7 αυτές περιοχές;

10) [20 μονάδες] Υπολογίστε την διάμεσο και το τρίτο τεταρτημόριο των ακόλουθων παρατηρήσεων: 30, 80, 10, 40, 90, 100, 40, 60.

11) [5 μονάδες] Αν ο συντελεστής συσχέτισης δύο μεταβλητών  $X$  και  $Y$  είναι  $\rho=0,87$  τι θα συμπεραίνατε στις παρακάτω δύο περιπτώσεις, αν ο αριθμός των παρατηρήσεων ήταν α)  $n=3$  και β)  $n=200$ .

12) [5 μονάδες] Υπολογίστε την διακύμανση,  $s^2$ , των ακόλουθων τριών μετρήσεων: -2, -1, 0.

13) [15 μονάδες] Οι δώδεκα βαθμολογίες από ένα άθλημα γυναικών είναι οι εξής:  
89, 90, 87, 95, 86, 81, 102, 105, 83, 88, 91, 79. Σχεδιάστε ένα φυλλογράφημα και υπολογίστε το ενδοτεταρτημοριακό εύρος.

14) [10 μονάδες] Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι αναλογίες των επιχειρηματιών που κατατάσσονται σύμφωνα με τα προσδοκώμενα κέρδη τους και τον χαρακτήρα τους. Ο πίνακας προέκυψε από μεγάλο και τυχαίο δείγμα έτσι ώστε οι αναλογίες μπορούν να θεωρηθούν ότι αντιπροσωπεύουν πιθανότητες για το σύνολο των επιχειρηματιών. Ο χαρακτηρισμός ενός επιχειρηματία σε «αισιόδοξο», «συγκρατημένο» ή «απαισιόδοξο», έγινε από τον ίδιο.

| Χαρακτήρας          | Προσδοκώμενα κέρδη        |                   |                            |
|---------------------|---------------------------|-------------------|----------------------------|
|                     | Ασυνήθιστα υψηλά<br>$A_1$ | Κανονικά<br>$A_2$ | Ασυνήθιστα χαμηλά<br>$A_3$ |
| Αισιόδοξος $B_1$    | 0,11                      | 0,12              | 0,07                       |
| Συγκρατημένος $B_2$ | 0,09                      | 0,17              | 0,21                       |
| Απαισιόδοξος $B_3$  | 0,05                      | 0,03              | 0,15                       |

Υπολογίστε τις παρακάτω πιθανότητες και αναφέρετε αναλυτικά τον αντίστοιχο τύπο που χρησιμοποιήσατε (σε σχέση με τα  $A_i$  και  $B_i$  για  $i=1,2,3$ ).

α) Ποια η πιθανότητα ένας επιχειρηματίας να είναι αισιόδοξος;

β) Αν είναι αισιόδοξος ποια είναι η πιθανότητα να προσδοκά ασυνήθιστα υψηλά κέρδη;

γ) Ποια η πιθανότητα για έναν επιχειρηματία να προσδοκά ασυνήθιστα υψηλά κέρδη;

15) [15 μονάδες] Αρτοποιός ψήνει 100 φρατζόλες ψωμί την ημέρα, από τις οποίες οι 20 έχουν μικρότερο βάρος από το νόμιμο. Η αγορανομία ζυγίζει τυχαία 5 φρατζόλες. Ποια είναι η πιθανότητα να μη βρει φρατζόλα με μικρότερο βάρος; (Να υπολογιστεί η τελική πιθανότητα και να παρουσιάσετε αναλυτικά όλους τους υπολογισμούς).

16) [25 μονάδες] Το 10% του ενεργού πληθυσμού (εργαζόμενοι και άνεργοι 15 ετών και άνω) είναι Πτυχιούχοι, το 20% είναι απόφοιτοι Λυκείου και το 70% Μη απόφοιτοι Λυκείου. Άνεργοι (ενδεχόμενο Α) είναι το 7% των Πτυχιούχων, το 14% των αποφοίτων Λυκείου και το 5% των Μη απόφοιτων Λυκείου. [Χρησιμοποιήστε το θεώρημα του Bayes στις (α) και (β). Στην (γ) μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την (β).].

(α) [10 μονάδες] Επιλέγουμε ένα ενεργό άτομο. Ποια είναι η πιθανότητα να είναι Άνεργο;

(β) [10 μονάδες] Επιλέγουμε έναν Άνεργο. Ποια είναι η πιθανότητα να είναι πτυχιούχος (ενδεχόμενο Π);

(γ) [5 μονάδες] Να ελεγχθεί αν τα ενδεχόμενα Α και Π είναι ανεξάρτητα.

17) [35 μονάδες] Η πιθανότητα να φαλιρίσει μία εταιρία είναι 0.05. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να φαλιρίσουν 6 εταιρίες σε τυχαίο δείγμα 20 εταιρειών για τις τρεις ακόλουθες περιπτώσεις.

18) [50 μονάδες] Ο κατασκευαστής του λαμπτήρα Α ισχυρίζεται ότι η μέση διάρκεια ζωής του ισούται με 3200 ώρες και η διακύμανση με 19600 ώρες.

α) [20 μονάδες] Σε τυχαίο δείγμα 49 λαμπτήρων βρήκαμε μέση διάρκεια ζωής 3160 ώρες. Υποθέτοντας ότι ο ισχυρισμός του κατασκευαστή είναι σωστός,

i. [10 μονάδες] ποια είναι η πιθανότητα να πάρουμε μέσο μικρότερο με 3160;

ii. [5 μονάδες] Σαν επιθεωρητής τι θα συμπεράνατε;

iii. [5 μονάδες] Εξηγήστε ποιο θεώρημα εφαρμόσατε στην (α. i.) και γιατί το εφαρμόσατε, δικαιολογώντας τις υποθέσεις του.

β) [30 μονάδες] Θεωρώντας ένα τυχαίο λαμπτήρα και υποθέτοντας ότι η διάρκεια ζωής ακολουθεί κανονική κατανομή υπολογίστε:

i. [10 μονάδες] Την πιθανότητα να διαρκέσει περισσότερο από 3500 ώρες.

ii. [15 μονάδες] Από πόσες ώρες και κάτω διαρκεί το 10% των λαμπτήρων με τη χαμηλότερη διάρκεια ζωής;

- iii. [5 μονάδες] Τι ποσοστό λαμπτήρων βρίσκεται κάτω από μία τυπική απόκλιση από την μέση διάρκεια ζωής, δηλαδή  $P(X < \mu - \sigma)$ .

19) [30 μονάδες] Το φυλογράφημα μίας μεταβλητής από μία οικονομική μεταβλητή είναι το ακόλουθο:

|   |             |
|---|-------------|
| 2 | 01124556899 |
| 3 | 224467889   |
| 4 | 13688       |
| 5 | 378         |
| 6 | 24          |

α) [10 μονάδες] Υπολογίστε την διάμεσος και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Εξηγήστε σε δυο γραμμές τι εκτιμούμε με αυτές τις ποσότητες.

β) [5 μονάδες] Χωρίς να υπολογίσετε την μέση τιμή εξηγήστε γιατί την εκτιμάτε ότι θα είναι περίπου ίση, ή μικρότερη, ή μεγαλύτερη από την διάμεσος.

γ) [15 μονάδες] Σχεδιάστε το ιστόγραμμα της παραπάνω μεταβλητής με ίσα ταξικά διαστήματα με μήκος ίσο του 5.

20) [25 μονάδες] Το 10% του ενεργού πληθυσμού (εργαζόμενοι και άνεργοι 15 ετών και άνω) είναι Πτυχιούχοι, το 20% είναι απόφοιτοι Λυκείου και το 70% Μη απόφοιτοι Λυκείου. Άνεργοι (ενδεχόμενο A) είναι το 7% των Πτυχιούχων, το 14% των αποφοίτων Λυκείου και το 5% των Μη απόφοιτων Λυκείου. [Χρησιμοποιήστε το θεώρημα του Bayes στις (α) και (β). Στην (γ) μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την (β).].

(α) [10 μονάδες] Επιλέγουμε ένα ενεργό άτομο. Ποια είναι η πιθανότητα να είναι Άνεργο;

(β) [10 μονάδες] Επιλέγουμε έναν Άνεργο. Ποια είναι η πιθανότητα να είναι πτυχιούχος (ενδεχόμενο Π

(γ) [5 μονάδες] Να ελεγχθεί αν τα ενδεχόμενα A και Π είναι ανεξάρτητα.